



Töbör, pénz, komment

„**L**egyen ez a Jubileumi-töbör” — állapotunk meg a hallgatókkal, mikor egy újabb, szép formájú, kerekded mélyedéshez értünk. Ez ugyanis a krassóalmási (Déli-Kárpátok) terepgyakorlat során az 50. töbör, amit GPS segítségével fölmérünk, és noha a töbröknek ritkán van saját nevük, itt mégis úgy érezzük, hogy ez most jó alkalom a névadásra, és ennek ürügyén egy kis pihenőre. Egy ilyen töbör-fölmérés igazából csak a megszállottaknak jó móka, akik élvezik a karsztos terepet, mert egyébként a szúrós bokrok, a bokatörő kövek, az állandó föl-le szaladgálás töbörből töbörbe, helyenként a váratlan kerítések, a barátságtalan kutyák, nagyritkán a viperák könnyen megkeseríthetik a felmérő életét. Persze van, aki éppen ebben a terepi munkában lát valami különös élvezetet, és ezt a lelkesedést próbálja meg másokra is átragasztani. Ezt hívjuk terepgyakorlatnak a földrajz szakon. De miért oly fontosak ezek a töbrök (1. ábra)?

Mert ezek a néhányszor 10–100 m átmérőjű, zárt mélyedések nélkülözhetetlen elemei a karsztos tájak megértésének. Szakmai körökben szinte már közhelyszámba megy az a *Derek Ford* kanadai professzortól származó megállapítás, hogy a töbrök a karsztok „diagnosztikus felszínformái”. Valóban, mint bárányhim-

lót a pöttyök, úgy árulják el a felszíni karszt jelenlétét a töbrök. A vízfolyások és a völgyek gyakorlatilag hiányoznak a karszterületekről, mivel a víz a mélybe távozik, beszivárog. Kivételek persze akadnak bőven. Itt vannak például a szárazvölgyek, melyek esetenként a karsztfennsíkokat részekre tagolják. Ezek rendszerint a felszínfejlődés egy korábbi fázisában jelenlévő vízfolyás hűlt helyét őrzik. Aztán a turisták örömeire akadnak szép számmal vizes szurdokok is, amelyek igen változatos módokon alakulhatnak ki. De ettől még a töbrök tényleg meghatározó szerepet játszanak a karsztfejlődésben, és a darabszámot tekintve (már ha ez érdem?) kétségtávolú ezek az uralkodó felszínformák a klasszikus karsztvidékeken. A nagy mennyiség egy szempontból mindenképp előny, ez pedig a statisztikai megközelítés. Ha a karsztok fejlődését szeretnénk mélyebben megérteni, akkor olyan modellt kell találnunk, ami statisztikailag is megmagyarázza a töbrök jellemző méreteit. A gyakorisági eloszlást magyarázó elméleti modellek pedig azért fontosak, mert rövid ideig élünk ahhoz, hogy a töbrök fejlődését a valóságban megfigyelhessük.

A földrajzozokat (no persze másokat is) az eloszlások helyett többnyire inkább az extremitások érdeklik.

Hát elégítsük ki először ezt az igényt! A legnagyobb töbrör természetesen Kínában található (ez nemcsak azért természetes, mert Kínához sok rekord tartozik, hanem azért is, mert a legnagyobb szubtrópusi karsztvidékek is épp Kínában lelhetők fel), ez a *Xiaozhai tiankeng* (ti-ankeng=„égre nyíló lyuk”), ami 662 m mély, így az Eiffel-torony több mint kétszer elférne benne egymásra téve! Hozzánk közelebb, Európában, a rekorder a horvátországi Imotski mellett



1. ábra. Oldásos töbrök az erdélyi Királyerdőben (balra) és a horvátországi Velebitben

található *Vörös-tó* (Crveno Jezero). Ennek a teljes mélysége 530 m, de nagyjából a feléig víz tölti. A tó vízállása a karsztvízszint függvényében igen jelentős, több mint 50 m-es szintingadozásokat mutat. Fontos megjegyezni, hogy ezek az extrém méretű formák szinte mind barlangok beomlásával keletkező *szakadéktöbrök* (2. ábra). Jellemzőjük a közel függőleges, sziklás perem és az átmérőhöz viszonyított nagy mélység.

A töbrök túlnyomó része azonban nem ebbe a látványos típusba sorolható, hanem az *oldásos töbrök* közé. Ezek kialakulásának lényege, hogy a mélybe szivárgó vizek oldott állapotban magukkal viszik a felszín közelében kioldott mészkövet, és az így létrejövő anyaghiányt egyre növekvő lyukak, mélyedések jelzik a felszínen. Persze ha ez térben teljesen egyenletesen történne, akkor nem alakulnának ki gödrök, ám a beszivárgás nem mindenhol egyforma esélyekkel indul. Az eleve meglévő, többnyire tektonikus eredetű repedéshálózat miatt van ahol gyorsabb, van ahol lassabb a beszivárgás. Ráadásul ahol több víz jut a mélybe, ott még gyorsabban tágulnak a járatok, és ezzel tulajdonképpen egy öngerjesztő folyamat indul be, ami különösen fontos lesz a későbbiek szempontjából. Mivel az oldásos töbrök többnyire lankásabb lejtőkkel rendelkeznek, mint a szakadéktöbrök, így általában kevésbé izgalmas felszínformák, épp ezért a világrekordot sem tartja számon senki. Nehéz is lenne ezt megmondani, mert értelmezési problémák is fölléphetnek a töbrök felső határa körül. Hiszen a nagyobb zárt mélyedések kialakulását rendszerint nem csupán az oldás, hanem más tényezők is befolyásolják. A karsztperemi vízfolyások kis völgyei például hozzákapcsolódhatnak a mélyedéshez, vagy esetenként a szerkezeti mozgások is segíthetik a mélyedések kialakulását. Hazai viszonylatban alighanem a Szögliget mellett található Páska-bükki töbrör a legnagyobb (bár ez sem tekinthe-

tő kizárólag oldásos eredetűnek), kis híján fél km-es hosszával (497 m), és 12,6 ha-os területével. De, hogy érezzük a mélység jelentőségét, míg a Páska-bükki töbrör hossza alig marad el a fent említett Xiaozhai tiankengétől, addig mélysége csupán annak 25-öd részét éri el (27 m).

És mekkora a legkisebb töbrör? Értelemszerűen elvben a nulláról indul a történet. Egy-egy kezdeti beroskadás 1–2 m-es formát jelent (3. ábra). Látam töbröket születni. Pár éve a bihari Pádis-fennsíkon hatalmas, fél napig folyamatosan zuhogó eső kapott el minket, de szerencsére éjszaka kezdődött, így a sátorban kihúztuk, míg el nem csendesült. Mikor a zuhú után bejártuk a környéket, olyan új mélyedéseket



2. ábra. Szakadéktöbrör a szlovéniai Rakov Skocjannál

fedeztünk fel, amelyek a vihar előtt még nem voltak ott. A töbrök fejlődése „kis korokban” és egy-egy extrém csapadékeseményt követően tehát megfigyelhető, de a nagyobb formák emberi szemmel nézve szinte változatlanok tűnnek, kialakulásuk 10–100 ezer éves



3. ábra. Töbör-kezdemények és hallgatók az erdélyi Torockói-hegységben

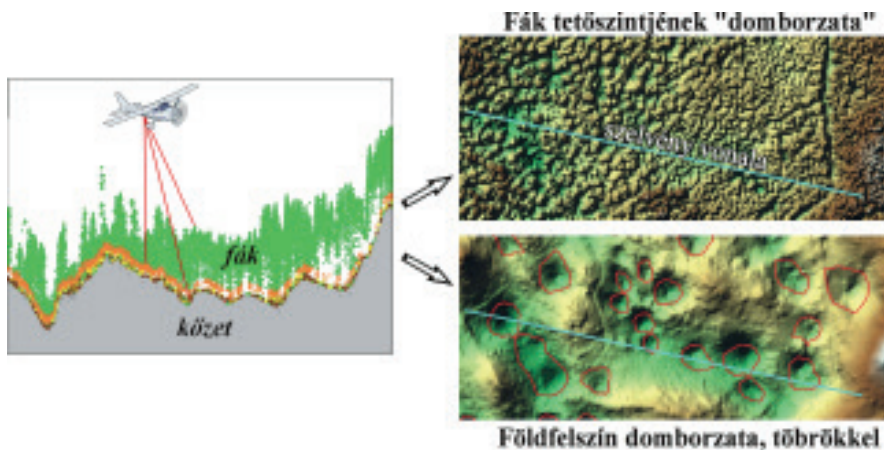
nagyságrendre tehető, de igazából többnyire csak bizonytalan becsléseink vannak ezen a téren. Az egyik, még nem teljesen megválaszolt kérdés napjainkban a töbrökkel kapcsolatban éppen az, hogy az időbeli fejlődésük hogyan zajlik. Az oldásos töbrökkel ellentétben a szakadéktöbrök értelemszerűen hirtelen impulzusok révén alakulnak ki, de a hatalmas formákat általában nem egy, hanem többszöri beomlás hozza létre.

Gondolhatnánk, hogy napjainkban már minden nagy és kis töbör pontosan le van írva és a térképeken is fellelhető. De ez azért nem teljesen igaz. Különösen meglepő, hogy a megadolináknak is nevezett extrém formák közül sokat csak az elmúlt 1–2 évtizedben tártak fel. Ennek oka, hogy gyakran olyan vad, csapadékos, általában felhőkbe burkolódzó trópusi karszterületeken helyezkednek el, amelyek a szárazföldön igen nehezen megközelíthetők, de még a légi felderítésük sem egyszerű. A kisformákat a terepen járva aránylag könnyen megfigyelhetjük, mennyiségi felmérésük azonban hamar kifárasztja az embert, miként azt a „Jubileumi-töbörnél” felsőhajtva korábban már megállapítottuk. A közelmúltban kifejlesztett új módszerekkel azonban jelentős előrelépések történtek ezen a téren...

Lézeres töbör-letapogató

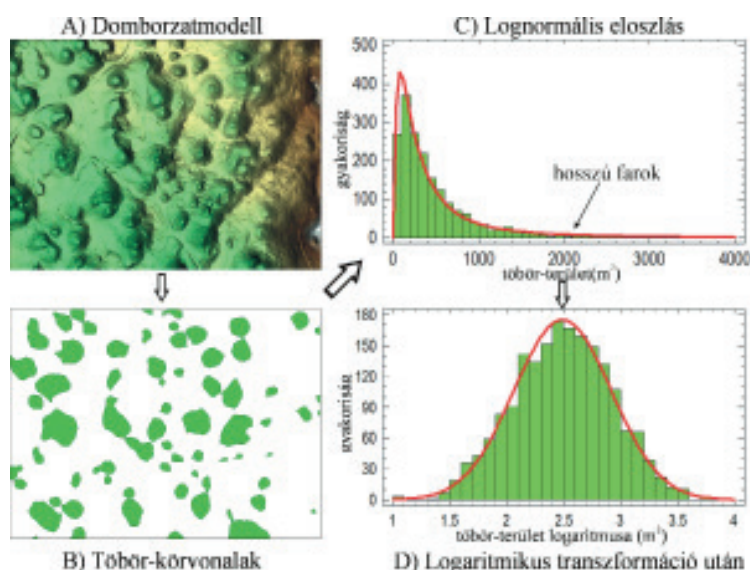
Az aktív távérzékelés lényege, hogy a mérőműszer egy jelet bocsát ki, és a visszaverődés ideje, intenzitása és más jellemzői alapján szerzünk információt a vizsgált

objektum távolságáról. Ilyen elven működő eszköz már régóta használt radar, vagy a vízmélység mérésére alkalmas szonár. Az 1960-as években már megszületett, de igazából csak az elmúlt 1–2 évtizedben terjedt el széles körben a lézerfényvel működő radar, vagyis a *LiDAR* (Light Detection and Ranging). A lézerfény kis hullámhossza miatt sokkal részletesebb felbontást tesz lehetővé, mint a rádióhullámokkal működő klasszikus radar. Ennek köszönhető, hogy a közelmúltban a domborzat aprólékos feltérképezésére kiválóan alkalmas eszközzé fejlődött a LiDAR. Ahhoz, hogy a korai technológiából jól használható módszer legyen, több jelentős technikai problémával is meg kellett birkóznuk a fejlesztőknek. Az egyik probléma az volt, hogy a LiDAR iszonyatos adatmennyiséget állít elő, amihez óriási tárolókapacitás, és gyors, hatékony szoftver kell. Ezek az eszközök csak a 2000-es évekre vált széles körben elérhetővé. Ez a probléma tulajdonképpen még ma sem tekinthető teljesen lezártnak, hiszen inkább egyfajta „versenyfutásról” van szó, mert egyre újabb és részletesebb adatok keletkeznek, amelyek folytán állandóan nagyobb tárhelyre és erősebb számítógépre van szüksége az embernek. A fejlesztés során a másik technikai problémát az jelentette, hogy a domborzati felmérésekhez alapvetően repülőgépre szerelt LiDAR-t használnak, viszont a repülőgépek helyzetét és állását korábban nem tudták elég pontosan mérni a repülés során. A GPS, illetve a kinetikus navigációs rendszerek révén azonban ez a probléma lényegében megoldódott, így nincs akadálya, hogy a felszín alakjáról néhány 10 cm pontossággal nyerjünk adatokat, ami a fentiek tükrében a töbrök vizsgálatához tökéletesen elegendő, sőt egy kicsit még sok is.



4. ábra. A LiDAR-mérések alapelve (visszaverődés a fákról az aljnövényzetről és a földfelszínről), valamint az ebből szerkesztett felületmodellek egy szlovéniai mintaterületen

A LiDAR egyik további előnye, hogy komplex képet ad a felszínről (4. ábra). A kis hullámhosszú lézerpulzusok ugyanis „szűk helyen is elférnek”, azaz áthatolnak a növényzet apró résein. Így a visszavert jelek egy része a lombokról, más része az ágakról, harmadik része a talajfelszínről verődik vissza. Ez első pillantásra okozhat némi zavart, sőt második pillantásra is nem csekély fejtörést, de ha ügyesen járunk el, akkor ezzel csomó többletinformációt kinyerhetünk a LiDAR-adatokból. Megkaphatjuk a lombkoronaszintet, de a közvetlen talajfelszínt is, illetve a növényzet sűrűségéről is nyerhetünk egyfajta információt. Talán nem véletlen, hogy én először erdészekről hallottam a LiDAR-ról, akik nagyon jól fel tudják használni ezeket



5. ábra. Töbrök levezetése domborzatmodell alapján (A-B), töbrör-területek lognormális gyakorisági eloszlása (C) és ha a töbrör-terület értéke helyett annak logaritmusát vizsgáljuk, akkor az eredmény haranggörbe lesz (D). LiDAR révén nyert 1m-es felbontású szlován mintaterület alapján (FORRÁS: SZLOVÉN KÖRNYEZETVÉDELMI ÜGYNÖKSÉG)

az adatokat például a famagasság jellemzésére. Hogy még mi minden nyerhető ki a teljes adathalmazból, az jelenleg is nagyon aktív kutatások tárgya. Engem persze a töbrök érdekelnek. Ha elrepülünk egy erdős karszt fölött, meglepetésre azt tapasztalhatjuk, hogy a diagnosztikusnak kikiáltott töbrök nem, vagy alig érzékelhetők (l. a 4. ábra jobb felső része). Ennek az az oka, hogy a fák kompenzálnak, és a töbrök alján magasabbra nőnek, mint a köztük lévő gerinceken. Persze ahol 80–100 m mély töbrök is előfordulnak, mint például a horvátországi Velebitben, ott ezt már nem tudja kiegyenlíteni a famagasság. A fentiek miatt a légifotó

alapú távérzékelés (fotogrammetria) az erdős területeken komoly nehézségekbe ütközik. A lézer előnye ezeken a terepeken nyilvánvaló, segítségével „leborotválhatjuk” az erdőt a karsztról, és megkaphatjuk a valódi töbrös felszínt.

Apró öröm az örömben, hogy a LiDAR meglehetősen drága. Ellentétben a drónokkal, melyek már hobbiszinten is elérhetőek, és nem erdős terepen akár töbrök térképezésére is felhasználhatók. Szerencsére akadnak olyan töbrökben (és pénzben is) gazdag országok, amelyek nyilvánosan elérhetővé teszik a LiDAR-adataikat, mint például Szlovénia. Ennek köszönhetően a töbrök mennyiségi feldolgozása elől gyakorlatilag minden akadály elhárult.

Nem mindenre jó a haranggörbe

A haranggörbével feltehetőleg mindenki találkozik, aki a természettudományokkal érintkezésbe kerül. „Rendes” neve: normál eloszlás, ami azt sugallja, hogy ez a legtermészetesebb eloszlás, ami létezik, hogy a valóság jelenségei ezzel írhatók le legjobban. Mint például a felnőtt férfiak (vagy nők) testmagassága egy adott országban és adott korban. Ebben a vélekedésben persze van igazság, aminek alapvető matematikai okai is vannak, mégpedig az, hogy ha egy folyamat során a különböző véletlen hatások összeadódnak, akkor eredményként egy normál eloszlást kapunk, azaz a vizsgált jellemző (pl. testmagasság) gyakorisági eloszlása haranggörbével írható le. Ráadásul a haranggörbe vizuálisan is „vonzó”: szimmetrikus, ami azt jelenti, hogy a jól bevált számtani átlag egyben középtérték (medián) is, tehát az átlagtól fölfelé és lefelé való eltérések ugyanolyan mértékűek. Az átlag körüli értékek egyben a leggyakoribbak is, ami szintén jóleső érzéssel töltheti el az átlagembert. A haranggörbe szélességét a szórás jellemzi. Minél nagyobb a szórás értéke, annál szélesebb a görbe. A haranggörbe aránylag gyorsan „lecseng” mindkét irányba, az átlag plusz-mínusz háromszoros szóráson túl már csak az egyedek 0,3%-a található.

Amikor a töbröjellemzők gyakorisági eloszlásával az 1990-es évek végén elkezdtem foglalkozni, jóformán semmilyen idevágó publikációt nem találtam a karsztos szakirodalomban (bár a keresési lehetőségek akkoriban természetesen jóval korlátozottabbak voltak, mint manapság), így erősen meglepett, hogy a töbrök mérete a haranggörbétől markánsan eltérő eloszlást mutatott (5. ábra). Az derült ki, hogy a viszonylag kis töbrökből van a legtöbb, de nem az egészen aprókból, és hogy a nagyméretű formák egyre ritkábbak

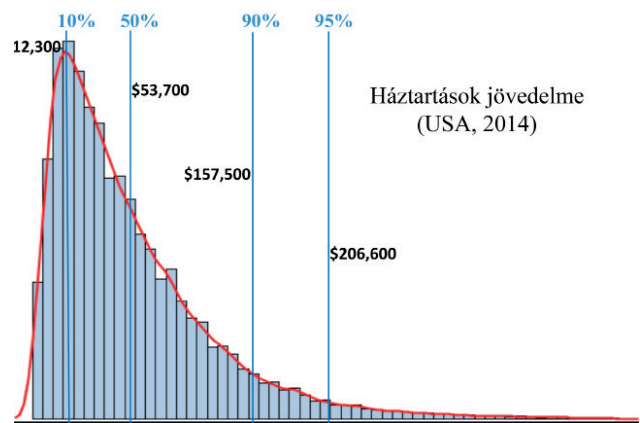
ugyan, de a lecsengés nem olyan gyors, mint a normál eloszlás esetén. Akkor még nem tudtam, hogy ez az ún. „hosszúfarkú eloszlások” jellemzője (eloszlások esetében a farok a görbe x tengelyhez simuló végeit jelenti). Több területet (pl. az Aggtelek-karsztot, a szlovákiai Pelsőci-fennsíkot, különféle szerb és horvát karszt-fennsíkokat) megvizsgálva hamar világossá vált, hogy a töbrö-eloszlásokat általánosságban viszonylag jól lehet közelíteni a *lognormális eloszlással*. A „viszonylag jól” ez esetben azt jelenti, hogy a statisztikai teszteken időnként „elhasal” a vizsgálat, de a vizuális tesztek szinte mindig megerősítik ezt a képet. Az lényegében mindegy, hogy melyik méretjellemzőt (hossz, szélesség, terület) használjuk, mert az eloszlás jellege ugyanaz lesz.

A lognormális eloszlást a matematikusok természetesen már régóta ismerik, származtatása egyszerű: ha az eredeti változó helyett annak logaritmusát vesszük, akkor az normál eloszlású lesz. Hogy ezt a lognormális eloszlást miként képzeljük el, arra legjobb *Barabási-Albert László* hasonlata, amit itt most kölcsönveszek (bár ő nem a töbrökből indult ki...): képzeljük el, hogy az emberek testmagassága egy országban nem a haranggörbe szerint, hanem mondjuk a lognormális eloszlás szerint alakul, miként a töbrök méretjellemzői is. Ez esetben az emberek túlnyomó része „törpe” lenne (most az abszolút magasság a példában nem érdekes), de lennének köztünk érzékelhető számban olyanok, akik 10-szer magasabbak, mint a „tömeg”, és meglehetősen ritkán, de előfordulnának akár 100-szor magasabb óriások is.

Egyre újabb karszterületekre megismételve a mérést, most már LiDAR-ból levezetett, pontosabb domborzati adatokat használva is, nekem mindig ugyanúgy a lognormális eloszlás jött ki. És akkor egy spanyol kolléga, akit, úgy látszik, szintén izgat a töbrök alakja, azzal hozakodott elő, hogy a töbrök méreteloszlása nem lognormális, hanem hatványtörvény szerinti eloszlás jellemző rájuk (*power law distribution*). Mivel a karsztkutatók között aránylag ritka a vérbeli matematikus, így a vitánk eldöntéséhez máshová kellett fordulnunk...

Itt jön a pénz

A töbrökbe nem a pénz miatt megy az ember. Hanem „mert ott vannak”. Mégis, akár a pénzzel törődő biztosítótársaságok is foglalkozhatnak helyenként töbrö-statisztikával. Ugyan miért? Nyilván nem minden karszterület érdekli őket, de azokon a vidékeken, ahol a kisebb szakadéktöbrök létrejötté majdhogynem mindennapos jelenség, mint például Floridában, Tam-



6. ábra. Jövedelem-eloszlásra egy példa (USA, 2014) – ez is lognormális (FORRÁS: US CENSUS BUREAU)

pa környékén, ott nem mindegy, hogy melyik háznak mekkora esélye van arra, hogy egy „szép” napon a tulajdonos arra ébredjen, hogy hálószobájával együtt egyszer csak a mélybe szakadt.

De az alábbiakban azért nem ilyen közvetlenül kapcsoljuk össze a töbröket és a pénzt, hanem csak matematikailag. A közgazdászok már régóta fölismerték a lognormális eloszlás fontosságát. Az emberek jövedelme ugyanis lognormális eloszlást mutat (6. ábra). Épp az a helyzet, mint a töbrökkel. Vagyis ami a magasság esetében furcsán hatott, az a jövedelmekre igaz: nagyrésztünk „anyagilag törpe”, de vannak érzékelhető számban (feltehetőleg az ismerőseink között is) gazdagok, és ha máshonnan nem, a médiából biztosan hallunk olyan emberekről, akik 100-szor, vagy akár még többször annyit „visznek haza” havonta, mint mi. És itt egy picit pontosítani kell: a jövedelem-eloszlás a teljes populáció mintegy 98%-ára nézve valóban lognormális, de a felső „farok” már hatványtörvény szerint írható le, ami a lognormálishoz képest még egy kicsit lassabban cseng le, azaz valamivel több dűsgazdag embert „enged meg”.

Még mindig a pénzügyeknél maradva: ha feltételezzük, hogy a vállalatok növekedése adott időegységenként a méretükkel arányosan, egy véletlen szorzóval növelve változik, tehát maga a növekedési ráta a mérettől független, akkor az eredmény az lesz, hogy a vállalatok mérete egy idő után lognormális eloszlást fog mutatni. Ezt az összefüggést, amit ma „multiplikatív folyamat” néven ismerünk, *Gibrat* már az 1930-as években leírta, és többé-kevésbé igaz is, bár a feltétel nem pontosan érvényes, mert a behemót nagyvállalatok már nem tudnak olyan ütemben nőni, mint a kicsik, így a lognormális eloszlás sem érvényesül pontosan. A valós üzleti életből nyert adatok így ez

esetben is legjobban a hatványtörvény és a lognormális eloszlás kombinációjával írhatók le.

A nagy adatbázisoknak, a gyors gépeknek és az internetnek köszönhetően az 1990-es évek végén minden tudományban felpörgött az eloszlások vizsgálata. Az informatikus *Michael Mitzenmacher* volt az, akinek feltűnt, hogy a lognormális és a hatványtörvény szerinti eloszlás milyen sok különböző tudományterületen jön elő a közgazdaságtantól az informatikán át a biológiáig, és hogy mennyire összemósodik ez a két eloszlás. Ő mutatott rá arra, hogy a lognormális eloszlás és a hatványtörvény szerinti eloszlás elnyúló farka oly mértékben hasonló, hogy sok esetben gyakorlatilag nem lehet statisztikailag egyértelműen eldönteni, hogy melyik eloszlásról van szó. Másrészt elméleti úton levezette, hogy ha csak egy nagyon picit „belenyúlunk” egy multiplikatív modell feltételeibe, például föllállítunk egy küszöbértéket, vagy több ilyen folyamat hatását összegezzük, akkor az eredmény már nem is lognormális, hanem hatványtörvény szerinti lesz.

Lássuk tehát, hogy mindez mit jelent a töbrökre nézve:

1. A spanyol kollégával való vitámat lehet, hogy sosem fogom tudni eldönteni...
2. A töbrök növekedése egy multiplikatív modellel írható le. Ennek lényege, hogy a töbrök növekedése során a véletlen hatások nem összeadódnak, hanem összeszorozódnak. Ez egy jó megközelítésnek tűnik, mivel valószínű az a feltevés, hogy a töbröt formáló csapadék, ami végső soron az oldást elősegíti, arányos a töbrő aktuális méretével, továbbá a beszivárgó vízmennyiség arányos lehet a mélybevezető járatok, repedések kapacitásával, ami szintén a töbrő fejlettségétől függ. Vagyis a töbrök növekedése a méretükkel arányos, és a tényleges növekedést emellett véletlen hatások befolyásolják. Ez épp a multiplikatív modell alapfeltevése, így jól magyarázhatjuk ezzel a töbrök növekedését és a méretek lognormális eloszlását, bár a valóságban természetesen mindenféle további „bovító folyamatok” hozzávehetőek a modellhez.

... és a végén a kommentek

A komment elég sajátos műfaj. Politikai oldalak alján az embernek mindentől elmegy a kedve, ha belenéz a hozzászólásokba, vannak azonban érdekes témák, amik körül akár érdemi vita is kibontakozhat, tudományos híreknél például gyakran pontosító információkat olvashatunk egy-egy cikk után, stb. *Pawel Sobkowicz* és társai azonban nem sokat törődtek a tartalommal, hanem bedobtak pár millió kom-

mentet az elemzésükbe, és pusztán a hozzászólások hosszát vizsgálták. És az eredmény ugyanaz lett, mint a töbröknél – a kommentek hossza lognormális eloszlást mutatott. Függetlenül a témától, a stílustól és a nyelvtől. Na de mi a helyzet a mögöttes modellel? Az arányos növekedést itt nehéz lett volna ráhúzni a kommentírás folyamatára, ezért ezt elvetették, és teljesen más feltevésekből indultak ki. Egyrészt feltételezték, hogy a komment hossza, vagyis az idő, amit a megírására szánunk, egyfajta „költségként” értelmezhető. Másrészt, ha szeretnénk valamivel nagyobb hatást elérni, több információt közölni egy kommentben, akkor hosszabban kell írunk. A *Weber–Fechner-féle* pszichológiai törvény szerint 2-szer akkor hatáshoz 4-szer akkora ingerre van szükség, azaz kicsit pontosabban: az érzet az inger logaritmusával arányos. A fenti szerzők azt feltételezték, hogy a kommentekre is érvényes ez a megközelítés, azaz exponenciálisan többet kell írni a hatás lineáris növeléséhez. E két feltételezésből pedig sikerült matematikailag levezetniük, hogy az eredmény lognormális lesz, ami megfelel az általuk tapasztalt tényeknek.

A fenti esetből az az óvatosságra intő tanulság is következik, hogy ugyanaz a gyakorisági eloszlás (jelen esetben a lognormális) előállhat különböző mögöttes viselkedés, modell eredményeként is, az eloszlás ismerete tehát nem jelenti automatikusan egy probléma teljes megválaszolását.

Még temérdek példát lehetne sorolni különféle jelenségekről, amelyek lognormális eloszlással jellemezhetőek, de én örülök, ha valaki idáig eljött velem a nehezen járható töbrök és a talán még nehezebben járható matematikai okfejtések terepén, és ha valakinek mindezek után véleménye is van a cikkről, hát írjon nekem egy kommentet!

TELBISZ TAMÁS

IRODALOM

- Barabási, A. L. (2003). Behálózva. A hálózatok új tudománya. *Magyar Könyvklub, Budapest*.
- Limpert, E., Stahel, W. A., & Abbt, M. (2001). Log-normal Distributions across the Sciences: Keys and Clues. *BioScience*, 51(5), 341-352.
- Mitzenmacher, M. (2004). A brief history of generative models for power law and lognormal distributions. *Internet mathematics*, 1(2), 226-251.
- Sobkowicz, P., Thelwall, M., Buckley, K., Paltoglou, G., & Sobkowicz, A. (2013). Lognormal distributions of user post lengths in Internet discussions - a consequence of the Weber-Fechner law?. *EPJ Data Science*, 2(1), 2.
- Telbisz, T., Látos, T., Deák, M., Székely, B., Koma, Z., & Standovár, T. (2016). The Advantage of Lidar Digital Terrain Models in Doline Morphometry Compared to Topographic Map Based Datasets-Aggregate Karst (Hungary) as an Example. *Acta Carsologica*, 45(1), 5-18.